

## ELEMENTOS DE RAZONAMIENTO INFORMAL EVIDENCIADOS EN TAREAS DE INFERENCIA ESTADÍSTICA

### ELEMENTS OF INFORMAL REASONING EVIDENCED IN STATISTICAL INFERENCE TASKS

**Liliana Tauber, Cecilia Bertero**

Universidad Nacional del Litoral - República Argentina  
[estadisticamatematicafhuc@gmail.com](mailto:estadisticamatematicafhuc@gmail.com) - [cecibertero1@hotmail.com](mailto:cecibertero1@hotmail.com)

#### Palabras Clave

inferencia estadística  
razonamiento inferencial informal  
indicadores de razonamiento  
estudiantes universitarios

#### Resumen

Se describen las características de un instrumento diseñado para esta investigación que permite analizar elementos de razonamiento inferencial informal que intervienen a la hora de elaborar hipótesis basadas en información muestral representada a través de distintos resúmenes estadísticos. También presentamos el análisis previo del contenido del mismo, identificando los elementos de razonamiento que surgen al resolver cada ítem. A continuación, analizamos cualitativamente, los elementos de razonamiento utilizados por dos estudiantes de las carreras: Contador Público e Ingeniería en Informática de la Universidad Católica de Santiago del Estero, Departamento Académico Rafaela. A partir de este análisis detectamos relaciones entre elementos de razonamiento que ponen en juego estos alumnos y dificultades a la hora de interpretar la información estadística que sirve de fundamento en la elaboración de hipótesis.

#### Key words

statistical Inference  
informal inferential reasoning  
reasoning indicators  
college students

#### Abstract

The characteristics of an instrument specifically designed for this research are being described in this paper. Such characteristics have allowed us to analyze elements of informal inferential reasoning that intervene at the time of elaborating hypotheses based on sample information represented through different statistical summaries. We also present the previous analysis of the instrument, identifying the Reasoning Elements that could be related when solving each item. Next, we analyze in a qualitative way, the elements of reasoning used by two students of the careers: Public Accountant and Computer Engineering of the Catholic University of Santiago del Estero. From this analysis, we detect relationships between elements of reasoning that these students put into play, and we also detect difficulties when interpreting the statistical information that serves as the basis for the elaboration of hypotheses.

**Cita sugerida:** Tauber, L., Bertero, C. (2019). Elementos de razonamiento informal evidenciados en tareas de inferencia estadística. *Contextos de Educación* 26 (19): 136-150

## ANTECEDENTES

Quienes enseñamos estadística en cursos universitarios, conocemos claramente los conflictos que emergen durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de los métodos inferenciales. Es muy probable que hayamos tenido experiencias en cursos donde los estudiantes no escapan a las dificultades que muchos investigadores han detectado. Éstos dan evidencia de las dificultades respecto de la comprensión y la interpretación de diversos conceptos asociados a las pruebas de hipótesis y al valor  $p$ , tal como indican Falk y Greenbaum (1995) o Sotos, Vanhoof, Van den Noortgate, y Onghena, (2007). Es así que al momento de evaluar los métodos de inferencia, podemos encontrar que los estudiantes transmiten una comprensión incompleta de conceptos que son centrales a ella, tales como los de distribución, variación y muestreo (Cobb y Gravemeijer, 2008). Como se indica en estos estudios, esta problemática es generalizada y no depende de un sistema educativo en particular. Es por ello que muchos educadores de estadística promueven la enseñanza de la inferencia estadística desde una postura informal a partir de edades tempranas y también en cursos universitarios destinados a carreras no matemáticas (Gil y Ben-Zvi, 2014; Pfannkuch, 2007; Tauber, Redondo y Cravero, 2016; Batanero, Vera y Díaz, 2012). Otros autores proponen diversas maneras de evaluar la comprensión de los conceptos que componen la inferencia estadística informal, (que a partir de aquí designaremos con IEI), proponiendo que se diseñen propuestas que promuevan la enseñanza de la misma (Zieffler, Garfield, DelMas, y Reading, 2008). Dado que en Argentina son pocos los estudios que documentan las dificultades en la comprensión de los alumnos asociadas a la IEI, es que nos propusimos construir instrumentos que nos brinden tal información. Los resultados nos servirán de fundamento para elaborar propuestas didácticas que permitan introducir este enfoque en nuestros cursos. Es así que en el presente trabajo describimos las características de uno de los instrumentos que hemos construido en el seno de nuestro grupo de investigación, y analizamos las respuestas obtenidas por dos de los estudiantes a los que hemos aplicado dicho instrumento. Antes de referirnos a estos análisis, describiremos brevemente el marco teórico en los que se basan.

## RAZONAMIENTO INFERENCIAL INFORMAL (RII)

Para poder referirnos a la IEI, es necesario previamente clarificar algunos constructos que están implícitos en la misma. Es por ello que haremos referencia a lo que consideramos por Inferencia Estadística (IE), Razonamiento Informal (RI) y Razonamiento Inferencial Informal (RII).

Coincidimos con Moore (2004), quien sostiene que la IE implica ir más allá de los datos empíricos para obtener conclusiones bien fundamentadas acerca de un universo más amplio, considerando que la variación está en todas partes y las conclusiones son, por tanto, inciertas. Además consideramos que, para poder comprender estas características, es necesario plantear situaciones que favorezcan la comprensión de las ideas centrales de la IE: distribución, resúmenes estadísticos, variación, probabilidad, entre otras. Pero, es justamente cuando interpretamos y buscamos comprender estas ideas, que debemos recurrir a distintos tipos de razonamientos estadísticos que, en muchos casos difieren del razonamiento matemático. Implícitos en estos razonamientos estadísticos, muchas veces interviene el conocimiento o el razonamiento informal, es por ello que, para explicar las componentes del RII, resulta útil explorar qué se entiende en el ámbito de la investigación por conocimiento informal y cómo se utiliza el mismo para realizar argumentaciones basadas en la evidencia muestral. Siguiendo a Ausubel, Novak y Hanesian (1983), podemos indicar que el *conocimiento informal* es aquel con el que llegan al aula los alumnos, es decir el adquirido fuera de la escuela o quizás por una instrucción previa menos formal. Estos autores consideran que, desde el punto de vista del estudiante, cuando el conocimiento informal es inadecuado no debería considerarse como un error sino como un conocimiento que debe tomarse de punto de partida para la construcción de significado del nuevo conocimiento a adquirir.

Es así que no deberíamos olvidar que, cuando utilizamos este conocimiento informal estamos utilizando implícitamente algún tipo de razonamiento informal (RI), por ejemplo: *“He observado que enero de 2016 y de 2017 han sido lluviosos, por lo cual podría afirmar que en enero de 2018 deberíamos estar preparados para las lluvias”*. Particularmente, Zieffler, Garfield, Delmas y Reading (2008), caracterizan la naturaleza del RI puntualizando que el mismo:

- puede estar compuesto de diferentes tipos de comprensión que los estudiantes traen cuando se inicia el aprendizaje de un nuevo tema;
- puede ser un importante punto de partida sobre el cual construir conocimientos formales y debería ser considerado en el diseño de planes de estudio y de actividades de enseñanza;
- se puede desarrollar mediante actividades basadas en el aprendizaje colaborativo, donde los estudiantes trabajan, discuten y negocian el significado del conocimiento formal;

Estas consideraciones sugieren que el desarrollo del RI relativo a la IE, puede facilitar su transición a la comprensión de las ideas formales de la misma. Es así que, siguiendo a Zieffler, Garfield, Delmas y Reading (2008), podemos indicar que el RII es un proceso basado en el RI y que entrelaza tres componentes:

- I. Razonar sobre las posibles características de una población (por ejemplo, la forma y centro de la distribución) basados en una muestra pero sin usar métodos de inferencia formal.
- II. Razonar sobre las posibles diferencias (y/o relaciones) entre dos poblaciones sobre la base de diferencias observadas entre sus respectivas muestras. Esta componente permitiría plantear preguntas como: ¿Las diferencias observadas se deben a un efecto particular o sólo ocurren por azar?
- III. Razonar acerca de si una determinada muestra es probable (o no) que se presente, de acuerdo con alguna suposición o expectativa particular.

Es decir que en el RII no es obligatorio utilizar lenguaje y conceptos estadísticos formales, sino que pueden surgir conocimientos usados en la vida diaria y en los medios de comunicación. Toda esta discusión nos brinda un marco de referencia, para profundizar en la comprensión de los procesos de RII que evidencian los estudiantes universitarios cuando deben resolver una tarea de IEI.

## METODOLOGIA

Basándonos en los trabajos de Pfannkuch (2007) y Zieffler, Garfield, Delmas, y Reading (2008), hemos elaborado un sistema de indicadores, particularizando los elementos de razonamiento que intervienen en el RII. En base al él, elaboramos un instrumento que consta de cuatro partes (ver ANEXO), las cuales permiten poner en juego los elementos considerados en el mismo. Hemos realizado un análisis previo del instrumento, con lo cual hemos podido determinar la validez de su contenido (Carmines y Zeller, 1979).

El cuestionario consta de cuatro partes, la primera solamente recaba información del alumno en relación a: edad, género, carrera que cursa y datos sobre su experiencia previa en relación con la estadística. Las tres partes restantes se centran en la interpretación de la información estadística con el objetivo de utilizar los datos muestrales para elaborar conjeturas informales que luego se contrastan con diversas hipótesis estadísticas ya formuladas. La idea central de la parte 2 es elaborar una conjetura que esté fundamentada en la información que se presenta en los diagramas de caja y luego contrastar esta conjetura con la elección de una hipótesis ya elaborada en el instrumento (el sujeto puede elegir una de seis hipótesis que se le presentan). En la parte 3, se pretende que el sujeto detecte información faltante en los resúmenes estadísticos que se le presentan y que establezca relaciones entre ellos, siendo la idea de

distribución el eje central que se pone de manifiesto. La parte 4, permite establecer relaciones con las dos anteriores, aportando información numérica a los resúmenes gráficos, de tal manera que se puedan realizar nuevas conexiones entre la información aportada y se pueda revisar la elección de la hipótesis realizada en la parte 2.

El instrumento se aplicó en la ciudad de Rafaela, a una muestra accidental de 43 alumnos que cursaban, en 2016, las carreras de Contador Público, Licenciatura en Administración e Ingeniería en Informática. Estos alumnos, tenían conceptos previos de Estadística Descriptiva, ya que se encontraban cursando la asignatura y estaban familiarizados con la terminología que aparece en las preguntas.

Sobre las respuestas de los sujetos de estudio, realizamos dos tipos de análisis: un análisis de contenido a partir del cual identificamos los elementos de razonamiento que pusieron en evidencia y elaboramos redes de elementos de razonamientos que, implícitamente, había utilizado cada alumno. Además, realizamos un análisis descriptivo basado en la frecuencia de utilización de cada elemento, discriminando si ha sido usado adecuadamente, parcialmente adecuado o inadecuado. En este trabajo por cuestiones de espacio, sólo presentamos el análisis de contenido realizado sobre dos alumnos sin detallar las redes.

## SISTEMA DE INDICADORES DE RII

La categorización que presentamos a continuación es una adaptación de los elementos de razonamiento presentados por Pfannkuch (2007), aunque hemos agregado otros para que nuestro instrumento se adaptase a la formación que reciben nuestros estudiantes en Argentina. Por razones de espacio no realizamos una descripción detallada de cada elemento de razonamiento, pero en la Tabla 1 presentamos: el nombre de cada elemento de razonamiento que consideramos que cubre nuestro instrumento, la o las característica/s particular/es que dicho elemento permite visualizar, en la tercera columna, detallamos los elementos que se pondrían en juego de acuerdo con la hipótesis elegida (Parte 2 del cuestionario) y, en la cuarta columna, indicamos en qué consignas se podría evidenciar cada elemento. Cabe destacar que cuando aparezca, por ejemplo: P2-C1, significa que el elemento marcado se observa en la consigna 1 (C1) de la parte 2 (P2) del cuestionario.

Consideramos que en las respuestas a las distintas consignas, los elementos de razonamiento no van a aparecer de manera inconexa, sino que es posible establecer pequeñas redes conceptuales en las que se ponen en relación algunos de estos elementos. Asimismo, hay que considerar que los elementos que denominamos *moderadores de razonamiento* siempre estarán implícitos en algunos de los otros elementos. Cabe aclarar que esta diferenciación se realiza sólo a los fines de detectar redes más o menos complejas que puedan poner en juego los estudiantes, lo cual evidenciaría razonamientos más o menos completos.

Para realizar el análisis de las respuestas dadas por los alumnos nos hemos basado en el sistema de indicadores presentado en la Tabla 1 y, además hemos elaborado las redes de elementos de razonamiento que se podrían establecer para las distintas consignas del cuestionario, así como también la red asociada a la elección de las hipótesis. Esto nos ha permitido indicar redes de elementos de razonamiento que consideramos describirían un nivel de razonamiento óptimo asociado a una resolución que denominamos *ideal*, que cubriría todos los elementos esperados para la consigna bajo análisis. A partir de ellas pudimos establecer el *significado de referencia esperado* (Godino, Batanero y Font, 2007) para determinar los niveles de complejidad de las consignas. Una vez realizado este análisis, hemos identificado qué elementos se observan efectivamente en la resolución de cada alumno y además, identificamos si el elemento se presenta de manera adecuada, parcialmente adecuada o inadecuada para la situación planteada, aunque este análisis no se detalla en el presente trabajo por razones de espacio.

**Tabla 1. Sistema de indicadores de los elementos de razonamiento del cuestionario**

Elementos de razonamiento			
Nombre del elemento	Característica del elemento de razonamiento	Hipótesis en las que podría evidenciarse el elemento de razonamiento (Parte 2)	Consignas en las que podría evidenciarse el elemento de razonamiento
E1. Generación de la hipótesis	Se compara y razona sobre la tendencia del grupo.	H6	P2-C1 P3-C2.1 P4-C3.1 P4-C3.2 P4-C3.3
E2. Resumen	E2.1. Se comparan los puntos correspondientes del resumen de los 5 números. Por ejemplo, mediana con mediana, cuartiles con cuartiles.	H1 H3 H6	P2-C1 (podría aparecer si además de la hipótesis, el encuestado indica a partir de qué información la elaboró) P4-C3 (si se hace correctamente) P4-C3.1 P4-C3.2
	E2.2. No se comparan las correspondencias del resumen de los 5 números. Por ejemplo, mediana con cuartil 1.	H3	P2-C1 (podría aparecer si además de la hipótesis el encuestado indica a partir de qué información elaboró dicha hipótesis) P4-C3 (en el caso que la comparación sea incorrecta)
	E2.3. Se comparan valores del resumen de los 5 números con las frecuencias en intervalos de un histograma. Por ejemplo, identifican la mediana del diagrama de caja y realizan la correspondencia con el centro de la distribución en el histograma.	H6	P3-C2 P3-C2.1.1 P4-C3 P4-C3.1 P4-C3.2
E3. Cambios	E.3.1. Se compara un diagrama de caja con otro y se hace referencia a los cambios, comparándolos.	H1 H3 H5	P4-C3.1 P4-C3.2
	E.3.2. Se compara un histograma con otro, observando los cambios, comparándolos entre sí y a la vez, comparándolos con los diagramas de caja.		P3-C2 P3-C2.1.1 P4-C3.1 P4-C3.2
E4. Señal	Se compara la superposición del 50% central de los datos.	H4	P3-C2.1.1 P4-C3.1 P4-C3.2
E5. Variación	Se compara y se refiere al tipo de variación local y global dentro y entre los diagramas de caja.	H2	P3-C2.1.1 P4-C3
E6. Muestreo	Se considera el tamaño de la muestra, la comparación con otra muestra que fue tomada, sobre la cual se hace la inferencia a la población.	H5	
E7. Explicativo	Se entiende el contexto de los datos, se considera si los resultados tienen sentido y también se consideran explicaciones alternativas para los resultados.	H5	P3-C2.1.1 P4-C3.3
E8. Caso particular	Se consideran posibles valores atípicos, compara los casos individuales.	H2	P3-C2.1.1

#### Elementos moderadores de razonamiento

EM1. Evaluación	Se realiza una argumentación sobre las evidencias que aportan los datos muestrales, evaluando las pruebas brindadas por esas evidencias y su potencia.	H1	P2-C1
		H3	P2-C1.1
		H4	P3-C2.1.1
		H5	P4-C3.3
		H6	
EM2. Referencia	Se reconocen: etiqueta de grupo, medida de datos, medidas estadísticas, los datos de atribución, la trama de datos y su distribución; hay un reconocimiento del contexto de los estadísticos.	H1	P2-C1
		H2	P2-C1.1
		H3	P3-C2.1.1
		H4	P4-C3
		H5	P4-C3.3
H6			

#### Análisis de las respuestas de dos alumnos

Los dos estudiantes que analizamos en este trabajo se encuentran cursando sus respectivas carreras universitarias. El Alumno 1, cursa Ingeniería en Informática y el Alumno 2 Ciencias Económicas. Ambos se encontraban cursando Estadística, aunque sólo habían desarrollado los temas de estadística descriptiva al momento en el que se aplicó el instrumento. En la Tabla 2 realizamos una breve descripción de los elementos de razonamiento puestos de manifiesto en sus respuestas.

Tabla 2: Elementos de razonamiento evidenciados en la resolución de los alumnos

Elementos del razonamiento		Alumno 1	Alumno 2
Nombre del elemento	Característica del elemento	Elige Hipótesis 1	Elige Hipótesis 2
E1. Generación de hipótesis	Se compara y razona sobre la tendencia del grupo.	<p><b>Parte 2:</b> analiza la tendencia del grupo, pero confunde media con mediana. Identifica las medidas que utiliza en la comparación, pero no expresa los valores de las mismas.</p> <p><b>Parte 3:</b> compara y razona sobre la tendencia del grupo.</p> <p><b>Parte 4:</b> Mantiene la misma comparación que en P2-C1. No cambia la elección inicial de su hipótesis.</p>	<p><b>Parte 2:</b> Compara dispersión, identifica valores extremos. No hace referencia a las diferencias de los datos observados según el género. No expresa valores de medidas. Asocia valores alejados con menor dispersión y mayor asimetría.</p> <p><b>Parte 4:</b> Se contradice con lo que indica en P2-C1, pero analiza dispersión de manera informal. No cambia la elección inicial de su hipótesis.</p>
E2. Resumen	<p>E2.1. Se comparan los puntos correspondientes del resumen de los 5 números. Por ejemplo, mediana con mediana, cuartiles con cuartiles.</p> <p>E2.2. Se comparan medidas no correspondientes del resumen de los 5 números. Por ejemplo, mediana con cuartil 1.</p> <p>E2.3. Se comparan valores del resumen de los 5 números con las frecuencias en intervalos de un histograma. Por ejemplo, identifican la mediana del diagrama de caja y realizan la correspondencia con el centro de la distribución en el histograma.</p>	<p><b>Parte 4:</b> A partir de los diagramas de caja, identifica mediana, rango y rango intercuartílico.</p> <p><b>Parte 2:</b> No utiliza las medidas del resumen de los 5 números, pero compara máximo de las mujeres con mediana de los varones (aunque confunde mediana con media).</p> <p><b>Parte 4:</b> A partir de los diagramas de caja, identifica mediana, rango y rango intercuartílico. Identifica las modas aproximadas a partir del histograma. Al determinar las medias, indica que lo obtiene por interpretación, pero no se puede identificar desde donde lo obtiene.</p> <p><i>No integra la nueva información obtenida.</i></p>	<p><b>Parte 2- C1.2:</b> Compara intuitivamente los cuartiles cuando se refiere a <i>las cajas</i> y al considerar los valores atípicos. Se equivoca al comparar los rangos intercuartílicos y en consecuencia, la dispersión de los datos centrales.</p> <p><b>Parte 4:</b> No identifica modo ni rango. No deja constancia sobre el gráfico que utiliza para obtener la información.</p>
E3. Cambios	<p>E.3.1. Se compara un diagrama de caja con otro y se hace referencia a los cambios, comparándolos.</p> <p>E.3.2. Se compara un histograma con otro, observando los cambios, comparándolos entre sí y a la vez, comparándolos con los diagramas de caja.</p>	<p><b>Parte 2:</b> Compara los diagramas de caja y hace referencia a las diferencias entre ellos.</p> <p><b>Parte 3:</b> compara los histogramas, observando los cambios y a la vez, confronta esta información con los diagramas de caja. Identifica la información faltante, relacionando la ubicación de las barras con los valores de la variable referenciados en el eje horizontal.</p>	<p><b>Parte 3:</b> compara los histogramas, pero no logra relacionarlos con los diagramas de caja. Esto no le permite obtener la información adecuada para elaborar una conclusión más acabada.</p>
E4. Señal	Se compara la superposición del 50% central de los datos.		<p><b>Parte 4:</b> Compara las cajas aunque su conclusión es incorrecta (se relaciona con lo expresado en P2-C1).</p>

E5. Variación	Se compara y se refiere al tipo de variación local y global dentro y entre los diagramas de caja.	<b>Parte 4:</b> Se infiere implícitamente que compara y se refiere al tipo de variación local y global dentro y entre los diagramas de caja cuando obtiene los valores de las medias.	<b>Parte 4:</b> Hace referencia al rango intercuartílico, pero no deja constancia sobre el gráfico utilizado para obtenerlo.
---------------	---	---	--

E8. Caso particular	Se consideran posibles valores atípicos, compara los casos individuales.		Al elegir la hipótesis (P.2-C1.2): compara rango intercuartílico y valores atípicos.
---------------------	--	--	--

**Elementos moderadores de razonamiento**

EM1. Evaluación	Se realiza una argumentación sobre las evidencias que aportan los datos muestrales, evaluando las pruebas brindadas por esas evidencias y su potencia.	<b>Parte 2:</b> elige una hipótesis que podría utilizarse para el análisis, pero no aporta información nueva.	<b>Parte 2:</b> Sólo hace referencia a las medianas y valores extremos de una de las muestras, aunque muestra confusión en la interpretación de estos valores. Lee los gráficos para el cálculo de las medidas pero no logra integrar los datos de unos y otros resúmenes (tanto gráficos como numéricos) para generar una hipótesis más adecuada.
-----------------	--	---	--

Al elegir la hipótesis: muestra confusión en la comparación de medidas.

EM2. Referencia	Se reconocen: Etiqueta de grupo, medida de datos, medidas estadísticas, los datos de atribución, la trama de datos y su distribución; hay un reconocimiento del contexto de los estadísticos.	<b>Parte 2:</b> Reconoce etiqueta de los grupos, los contextos estadísticos. Aunque asocia la media con la mayoría de los datos. Reconoce los valores aproximados de las medidas en el diagrama de caja.	<b>Parte 2:</b> Reconoce etiqueta de grupo, medidas estadísticas, la trama de datos y su distribución; hay un reconocimiento del contexto de los estadísticos
-----------------	---	--	---

**Parte 3:** No logra establecer relaciones entre la información presentada en los distintos tipos de gráficos en P3-C2.1.1

**Parte 4:** Reconoce características parciales de la distribución cuando responde en P4 C3

Cuando elige la hipótesis: se reconocen etiqueta de grupo, medida de datos, medida estadística, los datos de atribución, la trama de datos y su distribución; hay un reconocimiento del contexto de los estadísticos. No considera todos los elementos necesarios ni adecuados, pero sí puede reconocer algunas diferencias entre las distribuciones.

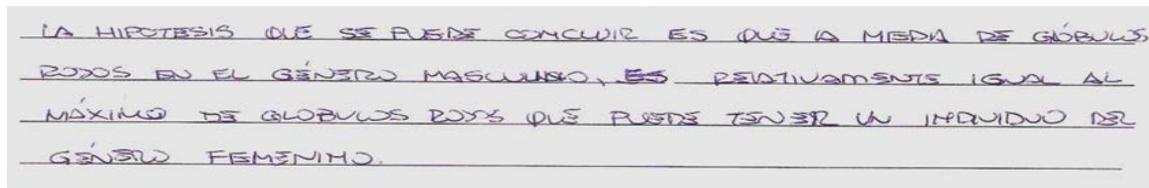
**Parte 3:** En los histogramas reconoce los datos de atribución.

**Parte 4:** Reconoce características de cada distribución.

NOTA: los elementos E7 y E8 no han aparecido en las respuestas de estos dos alumnos

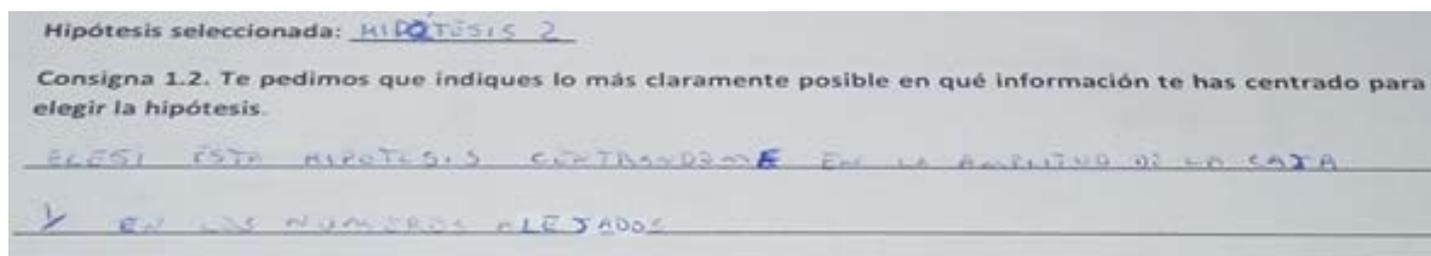
A partir de la identificación de los elementos de razonamiento puestos en evidencia por cada estudiante, podemos determinar que el Alumno 1 ha logrado poner en relación una mayor variedad de elementos de razonamiento, construyendo un entramado más complejo que el segundo alumno. Además, muchos de estos elementos han sido utilizados de manera adecuada a la situación bajo análisis. Igualmente, estas relaciones más complejas no han conformado un nivel de razonamiento que pueda considerarse avanzado, lo cual queda evidenciado en la elección de la hipótesis (H1) que sólo se basa en información parcial de las distribuciones y en la fundamentación que realiza (Ver Figura 1). Por otra parte, el Alumno 2, elige la Hipótesis 2, que al igual que la 1 requiere de un nivel de razonamiento menos complejo, ya que sólo describe información proveniente de la muestra de una manera parcial. A ello podemos agregar que su fundamentación presenta menor complejidad conceptual que la del Alumno 1 (Ver Figura 2).

Figura 1. Fundamentación Alumno 1



LA HIPÓTESIS QUE SE PUEDE CONCLUIR ES QUE LA MEDIA DE GLOBULOS ROJOS EN EL GÉNERO MASCULINO, ES RELATIVAMENTE IGUAL AL MÁXIMO DE GLOBULOS ROJOS QUE PUEDE TENER UN INDIVIDUO DEL GÉNERO FEMENINO.

Figura 2. Elección y fundamentación Alumno 2



Hipótesis seleccionada: HIPÓTESIS 2  
Consigna 1.2. Te pedimos que indiques lo más claramente posible en qué información te has centrado para elegir la hipótesis.  
ELEGÍ ESTA HIPÓTESIS CENTRÁNDOSE EN LA AMPLITUD DE LA CAJA  
Y EN LOS NÚMEROS AJUSTADOS

Encontramos que ambos alumnos realizan lecturas correctas de medidas de posición, de tendencia central y dispersión, aunque a la hora de interpretarlas e integrarlas para sacar conclusiones o elaborar conjeturas, vemos que se centran en valores particulares como son los valores extremos o en la comparación de medidas que indican distinto tipo de información en los diagramas. También, hemos podido observar que las relaciones entre conceptos que han logrado establecer ambos alumnos resultan muy simples ya que dejan de lado información sumamente relevante como, por ejemplo, utilizan la tendencia central sin analizar la dispersión, o consideran una sola medida obtenida de los diagramas sin analizar los demás componentes de la distribución. Este tipo de dificultades también han sido detectadas en Batanero, Vera, y Díaz (2012) y Pfannkuch, (2007). En el caso del Alumno 2, no logra poner en relación la información presentada en los diagramas de caja y en los histogramas (Elemento E3), lo cual remite a una dificultad identificada para realizar la *transnumeración* entre resúmenes (Gal, 2004).

Todas estas dificultades, aunque provenientes de razonamientos asociados a la estadística descriptiva, pueden servir para interpretar las dificultades observadas cuando los alumnos deben resolver tareas donde está implícita la IE, ya que la misma está basada en el análisis exploratorio de datos.

## ALCANCES Y LIMITACIONES DEL ESTUDIO

Aunque en este trabajo no hemos podido presentar un análisis completo, realizamos un primer acercamiento al estudio de los elementos de razonamiento que utilizan los estudiantes universitarios cuando elaboran hipótesis basadas en la información aportada por la exploración de datos. El mismo nos ha permitido detectar algunas dificultades asociadas a la interpretación de la información y a las relaciones entre conceptos que deben establecerse como paso previo a la realización de inferencias. Consideramos que seguir profundizando en el análisis de estos elementos nos brindará información valiosa que nos permitirá no sólo comprender las dificultades en el razonamiento estocástico de nuestros alumnos sino, también, delinear propuestas de enseñanza centradas en el trabajo colaborativo y en la discusión conceptual con el objetivo de mejorar la comprensión de la IE. Al momento de presentar este trabajo, continuamos el análisis de los 41 alumnos restantes, a través del cual intentaremos identificar tendencias en los elementos de razonamiento utilizados.

El alcance de este estudio radica en la aplicación de una versión similar del instrumento presentado aquí a profesores de matemática que ejercen en diferentes niveles educativos. Próximamente prevemos comparar los resultados obtenidos con los estudiantes y con los profesores, con el fin de determinar si existen elementos y dificultades que sean comunes a ambos grupos. En este sentido, es de destacar que respecto de los profesores fue necesario realizar una versión del instrumento en el que no utilizamos diagramas de caja, ya que 20 de 30 profesores participantes, expresaron que no conocían dichas representaciones, por lo cual optamos por trabajar solamente con medidas e histogramas.

Pensamos que se necesita más investigación a fin de encontrar fundamentos para entender las dificultades asociadas al razonamiento estadístico y para elaborar propuestas de enseñanza en las que se promueva el RII, de tal manera que se profundice la construcción del sentido estadístico necesario para comprender la IEF.

## REFERENCIAS

Ausubel, D., Novak, J. y Hanesian, H. (1983). *Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo*. 2° Ed. Trillas. México.

Batanero, C., Vera, O. y Díaz, C. (2012). Dificultades de estudiantes de Psicología en la comprensión del contraste de hipótesis. *Números*, 80, 91-101.

Carmines, E. G. y Zeller, R. A. (1979). *Reliability and validity assesment*. Sage University Paper.

Cobb, P. y Gravemeijer, K. (2008). Experimenting to support and understand learning processes. In A.E. Kelly, R.A. Lesh, y J. Y. Baek (Eds.), *Handbook of design research methods in education. Innovations in science, technology, engineering and mathematics learning and teaching* (pp. 68-95). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Falk, R., y Greenbaum, C. W. (1995). Significance tests die hard: The amazing persistence of a probabilistic misconception. *Theory and Psychology*, 5, 75-98.

Gal, I. (2004). Statistical Literacy: meanings, components, responsibilities. En D. Ben-Zvi y J. Garfield (eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking*, pp. 47 – 78.

Gil, E. y Ben-Zvi, D. (2014) Long-Term impact on students' Informal Inferential Reasoning. In K. Makar, B. de Sousa, R. Gould (Eds.), *Sustainability in statistics education. Proceedings of the Ninth International Conference on Teaching Statistics*. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.

Godino, J. D.; Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM.The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.

Moore, D.S. (2004). *The basic practice of statistics*. New York: W. H. Freeman.

Pfannkuch, M. (2007). Year 11 students' informal inferential reasoning: a case study about the interpretation of box plots. *Mathematics Education*, 2 (3), pp. 149 -167.

Sotos, A. E. C., Vanhoof, S., Van den Noortgate, W., y Onghena, P. (2007). Students' misconceptions of statistical inference: A review of the empirical evidence from research on statistics education. *Educational Research Review*, 2, 98-113.

Tauber, L.; Redondo, Y. y Cravero, M. (2016) Tratamiento de la Inferencia Estadística Informal a través de un proyecto que integra ideas estocásticas fundamentales. En: *Actas XX Jornadas Nacionales de Educación Matemática*, Vol. 20, N° 1. Valparaíso.

Zieffler, A.; Garfield, J.; Delmas, R. y Reading, C. (2008). A framework to support research on informal inferential reasoning. *Statistics Education Research Journal*, 7 (2), pp. 40-58.

**ANEXO: Cuestionario sobre Razonamiento Inferencial Informal**

**FORMATO PARA ESTUDIANTES DE NIVEL SUPERIOR**

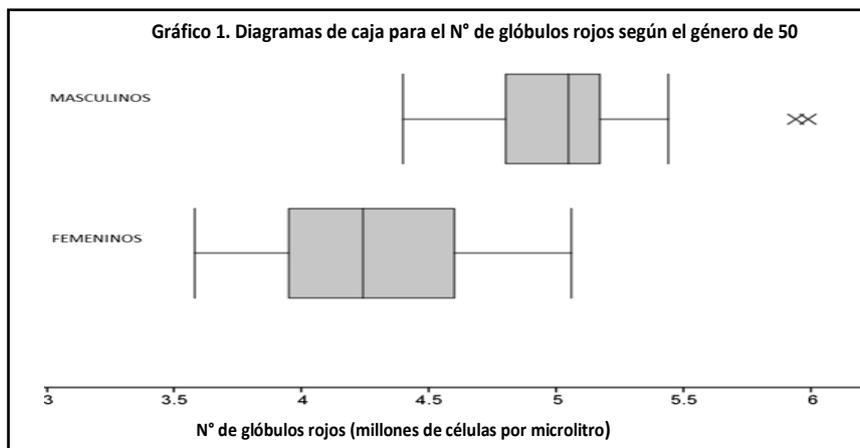
Parte 1: Información general

1. Edad (en años cumplidos):
2. Género:
3. Institución en la que cursa:
4. Carrera que está cursando:
5. ¿Has estudiado alguna vez temas de estadística? Selecciona con una cruz la opción que corresponda:       SI       NO
6. Si tu respuesta anterior ha sido afirmativa, marca con una cruz la o las opciones para indicar dónde has estudiado estadística:  
  
 En la escuela secundaria  
  
 En la carrera que estás cursando actualmente  
  
 En otra carrera de nivel superior  
  
 Otra opción no considerada antes (Especifica): \_\_\_\_\_

**Parte 2**

De acuerdo con el Ministerio de Salud (Argentina), se puede indicar que: Los glóbulos rojos constituyen uno de los componentes de la sangre, junto con las plaquetas, los glóbulos blancos y el plasma. Su función es transportar el oxígeno de los pulmones hacia los tejidos y captar el anhídrido carbónico producido en los tejidos que es eliminado luego por las vías respiratorias<sup>1</sup> Dado que el número de glóbulos rojos (expresados en millones de células por microlitro) es una de las variables que se tienen en cuenta a la hora de diagnosticar algunos tipos de anemia, unos investigadores han decidido tomar estos datos en una muestra de 50 personas. En particular, realizaron el recuento de glóbulos rojos, expresado en millones de células por microlitro, según el sexo. A partir de la información recolectada, los investigadores han realizado algunos resúmenes estadísticos que les sirven de referencia para realizar comparaciones y obtener conclusiones.

**Consigna 1.** Analiza la información que se presenta en los diagramas de caja (Gráfico 1), ¿qué hipótesis te sugieren los datos? A continuación escribe la hipótesis o conjetura que sugerirías:



**Consigna 1.1.** Los investigadores encargados de realizar el estudio elaboraron las siguientes hipótesis, te pedimos que elijas la que te parezca más adecuada para poner a prueba al realizar una inferencia estadística.

Hipótesis 1: La mayoría de los hombres posee un número mayor de glóbulos rojos (expresados en millones de células por microlitro) que las mujeres.

Hipótesis 2: La distribución del recuento de glóbulos rojos (expresados en millones de células por microlitro) de las mujeres es menos dispersa que la de los hombres, debido a que en este último grupo hay dos valores alejados.

Hipótesis 3: El recuento de glóbulos rojos en la población de hombres, es mayor al 50% inferior del recuento para la población de mujeres.

Hipótesis 4: Dado que en las muestras se observa que, aproximadamente, un 50% de mujeres tiene el mismo número de células que el 50% de los varones, esto nos indicaría que, en promedio, el número de células por microlitro no difiere significativamente según el sexo.

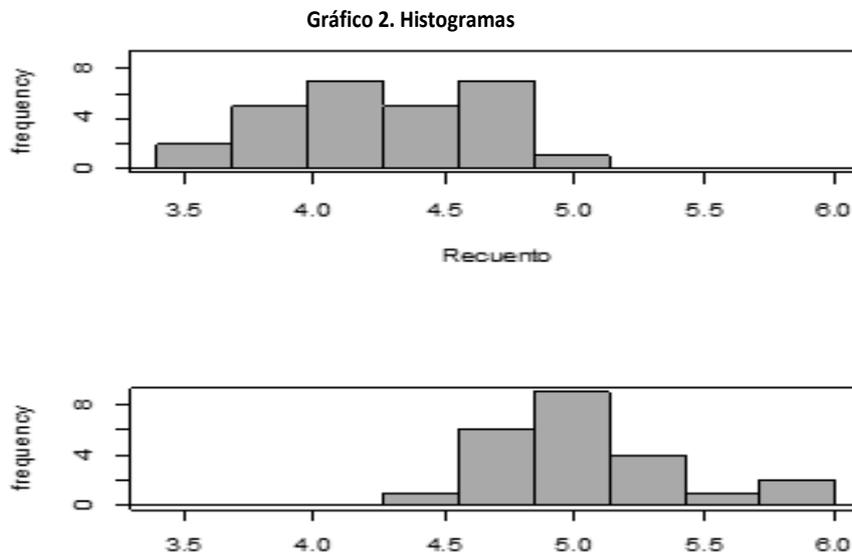
Hipótesis 5: Hay suficiente evidencia para concluir que la proporción de hombres propensos a sufrir anemia es significativamente menor a la de mujeres. (Aclaración: El Ministerio de Salud, considera valores normales en el recuento de glóbulos rojos para hombres adultos entre 4,7 a 6,1 y para mujeres adultas entre 4,2 a 5,4 millones de células por microlitro. Indicando además, que los valores inferiores a los normales son indicativos de anemia).

Hipótesis 6: La evidencia permite afirmar que el número promedio de millones de células por microlitro en los hombres difiere significativamente del de las mujeres.

**Hipótesis seleccionada:** \_\_\_\_\_

**Consigna 1.2.** Te pedimos que indiques lo más claramente posible en qué información te has centrado para elegir la hipótesis.

Parte 3



**Consigna 2.** En el gráfico 2 presentamos los histogramas que representan, de otra manera, las mismas distribuciones presentadas a través de los diagramas de caja. Los investigadores de este estudio, olvidaron poner cierta información que permita realizar una lectura adecuada a la situación. ¿Qué información está faltando en los histogramas? A continuación, especifica lo que a tu criterio está faltando:

\_\_\_\_\_

**Consigna 2.1.** ¿A qué distribución corresponde cada histograma? (Marca con una cruz la opción que consideres correcta)

El primer histograma es la distribución del N° de glóbulos rojos de los varones: \_\_\_\_\_

El primer histograma es la distribución del N° de glóbulos rojos de las mujeres: \_\_\_\_\_

Los histogramas no representan ninguna de las distribuciones presentadas en los diagramas de caja.

**Consigna 2.1.1.** Fundamenta tu elección, explicitando la información de los gráficos que has tenido en cuenta en el análisis para tomar la decisión:

Parte 4

**Consigna 3.** Los investigadores pretenden presentar un primer informe descriptivo basado en medidas estadísticas, uno de ellos realizó el cálculo correspondiente y, al enviarlo por mail, se perdió la información. Te pedimos que les ayudes completando la tabla con los valores de las medidas que ellos necesitan. Dado que no disponemos de herramientas de cálculo, te pedimos que hagas una estimación de cada medida en base a la información presentada en los gráficos y que, en la última columna de la tabla 1, consignes en base a qué gráfico realizas dicha estimación.

**Tabla 1.** Medidas descriptivas asociadas a las distribuciones del recuento de glóbulos rojos (millones de células por microlitro)

Medidas descriptivas	Grupo		Gráfico utilizado
	Mujeres	Varones	
Media aritmética			
Mediana			
Moda			
Rango intercuartílico			
Rango			

**Consigna 3.1.** Teniendo en cuenta las medidas estimadas, ¿seguirías eligiendo la misma hipótesis que seleccionaste en la Consigna 1.1? (Marca con una cruz la opción que consideres)

Mantengo la misma hipótesis \_\_\_\_\_

Cambiaría la hipótesis \_\_\_\_\_

**Consigna 3.2.** Si en la consigna anterior elegiste *Cambiaría la hipótesis*, indica qué hipótesis seleccionarías de las que han sido enunciadas en la consigna 1.1.

Hipótesis seleccionada: \_\_\_\_\_

**Consigna 3.3:** Fundamenta porqué cambiaste tu elección: \_\_\_\_\_

<sup>1</sup>Obtenido de: <http://www.msal.gov.ar/index.php/programas-y-planos/306-globulos-rojos#sthash.rWafVhKH.dpuf>