

EL CONFLICTO SEMIOTICO COMO RECURSO PARA LA FORMACIÓN DEL PROFESOR

THE SEMIOTIC CONFLICT AS A RESOURCE FOR TEACHER TRAINING

Patricia Konic

Universidad Nacional de Río Cuarto, República Argentina
pkonic@exa.unrc.edu.ar

Palabras Clave

Números decimales
conflictos semióticos
expresiones decimales de un
número

Resumen

En este trabajo se describe un proceso exploratorio que se inicia con la implementación de una evaluación de conocimientos de profesores para la enseñanza primaria, y culmina en el diseño de una tarea formativa. Esta tarea está destinada a estudiantes del profesorado y/o profesores de enseñanza media y tiene como propósito fundamental poner en discusión dos concepciones de número decimal, generalmente imperantes en el ámbito escolar. Dichas concepciones cuando no son explicitadas a-priori por el profesor, suelen generar importantes conflictos derivados de la falta de conocimiento y/o comprensión de dicha problemática y que estalla en importantes problemas de aprendizaje y enseñanza. Lo expuesto se traduce generalmente en obstáculos cognitivos y/o didácticos que dificultan, en el futuro, su remoción y la entrada de nuevas concepciones. El caso particular que se aborda refiere a la concepción de número decimal, ¿De qué se habla cuando se habla de número decimal? Dilucidar esta cuestión resulta esencial dada la importancia que los decimales asumen no solo en la escuela primaria sino en los otros niveles de enseñanza. La complejidad que encierra la comprensión de los números reales, especialmente en la escuela secundaria, no es ajena y persiste aún en estudiantes universitarios, agravado en este nivel por las carencias en el manejo de propiedades; conocimiento éste que resulta esencial para la concepción de los números.

Cita sugerida: Nombre. (2019). El conflicto semiótico como recurso para la formación del profesor. *Contextos de Educación* 26 (19): 83-96

Key words

Decimal numbers

semiotic conflict

decimal expressions of a number

Abstract

This paper describes an exploratory process that begins with the implementation of an assessment of teachers' knowledge for primary education and culminates in the design of a training task. This task is intended for future teachers and / or teachers of secondary education and its fundamental purpose is to discuss two conceptions of "decimal number" generally prevailing in the school environment. Such conceptions, when not explicitly explained by the previous teachers, usually generate important conflicts, derived from the lack of knowledge and / or understanding of the mentioned problem which, in turn, leads to important learning and teaching problems. The above is usually translated into cognitive and / or didactic obstacles that make it difficult in the future to "remove" them and introduce new concepts. The particular case that is addressed in this paper refers to the conception of "decimal number". What do we refer to when talking about a decimal number? Clarifying this issue is essential given the importance that "decimal numbers" assume not only in elementary education but in the other levels of education. The complexity involved in the understanding of real numbers, especially in compulsory schooling, is not unrelated and persists even in higher education, being more complex at this level due to deficiencies in the management of properties; essential knowledge for the conception of numbers

INTRODUCCIÓN

A pesar de ser *los decimales* uno de los temas que desde hace tiempo ha sido abordado en diversos contextos y por múltiples investigadores (Brousseau, 1987; Vourgias, Vourgia y Elia, 2003; Ruiz, 2004; Steinle y Stacey, 2004), el producto de dichas investigaciones no ha logrado impactar de manera significativa en el problema de la enseñanza y aprendizaje de los números, particularmente cuando se involucra a *los decimales*. La historia y un referente didáctico/matemático para la enseñanza y aprendizaje de los números decimales construidos en la tesis doctoral de Konic (2011), aunados a otros estudios exploratorios confirman la importancia de introducir y trabajar con decimales en la escolaridad elemental. No obstante, se observa la necesidad de *indagar* sobre la persistencia de la problemática en el aprendizaje.

El desafío comienza con la enseñanza y aprendizaje de los números racionales dado que ellos son la base curricular en la escuela secundaria, y el tratamiento de las dificultades ya reconocidas y tipificadas como, por ejemplo, la extensión de las propiedades de los números naturales a los números racionales (Brousseau, Brousseau, y Warfield, 2007; Llinares, 2003), además del problema de distinción entre expresión y número (Socas, 2001; Arezzo, 2000; Cid, Godino y Batanero, 2004) junto al concepto de aproximación, resultan fuente importante de diversos tipos de dificultades y obstáculos para su enseñanza (Brousseau, 1987; Vourgias, Vourgia y Elia, 2003; Ruiz, 2004; Steinle y Stacey, 2004).

Continuando en esta línea, la complejidad que encierra la comprensión de los números reales, especialmente en la escuela secundaria, no es ajena y persiste aún en estudiantes universitarios, agravado en este nivel por las carencias en el manejo de propiedades; conocimiento éste que resulta esencial para la concepción de los números.

Este estado de situación conduce a pensar que el origen de los mencionados problemas podría proceder de algún ámbito diferente al estudiado hasta el momento. Si los conflictos persisten en los estudiantes, una perspectiva posible es pensar qué ocurre con el conocimiento didáctico/matemático de los futuros

profesores para la enseñanza primaria, esto es, pasar de la dimensión cognitiva ¿qué ocurre con el conocimiento adquirido por los niños? a estudiar qué ocurre en el ámbito de la dimensión formativa.

Aportar información sobre el tipo de conocimiento y conflictos específicos que los futuros profesores para enseñanza primaria tienen respecto a los decimales resulta esencial para incidir, en caso de ser necesario, en la formación de los futuros profesores y promover cambios que favorezcan un aprendizaje con significado.

En tal sentido, lo dicho precedentemente es una vía no solo deseable sino posible dado que uno de los temas que ha cobrado gran interés en los últimos tiempos es el estudio de conocimientos que poseen los profesores en formación y en actividad, con relación a los contenidos matemáticos que deben enseñar (Ponte y Chapman, 2006; Hill, Sleep, Lewis y Ball, 2007; Swoder, 2007; Linares, 2003; Konic, 2011).

Para los profesores el conocimiento matemático/didáctico de los sistemas numéricos es fundamental, por su importancia en la vida cotidiana y el rol de los números como elementos esenciales en la matemática, tanto desde un punto de vista formal como aplicado.

En principio, es importante reconocer la existencia y relevancia de estudios que permitan visualizar las problemáticas existentes, no obstante, los resultados en sí mismos no siempre operan como vehículos de transformación de la realidad áulica. Claramente los resultados de las investigaciones debieran *llegar* a los profesores a los fines de reconocer dichas problemáticas, posibilitar la discusión y debate para su comprensión y, finalmente poder proponer trayectorias didácticas superadoras y fundamentadas.

El propósito de este artículo es mostrar, desde una perspectiva teórica y metodológica específica, el proceso desarrollado en el tratamiento de una temática particular. La intención es hacer operativo un proceso que implica, en este caso, el tránsito por tres etapas que involucran el conocimiento del profesor:

- Diagnóstico sobre el conocimiento imperante
- Debate de las problemáticas emergentes del conocimiento manifestado
- Diseño de una propuesta que opere como base para la afirmación/resignificación y/o transformación del mencionado conocimiento.

La trayectoria de investigación que se muestra en este artículo, se ilustra con el tratamiento de una problemática específica, inherente a los bloques temáticos escolares: Número y Medida, se trata aquí específicamente de la concepción de *número decimal* y las implicancias que se derivan de ella.

DEL DIAGNÓSTICO A LA FORMACIÓN

Tal lo expresado precedentemente, a los fines de ilustrar el proceso descrito se explicitarán en los apartados siguientes el enfoque teórico que sustenta el desarrollo de las tres etapas mencionadas, poniendo especial énfasis en aquellas nociones que funcionarán como herramientas metodológicas.

Para el caso particular que compete en este trabajo, esto es, el tratamiento realizado y la concepción de *número decimal*, se describirán a continuación cada etapa del proceso que permite transitar desde la evaluación de conocimientos de futuros profesores para enseñanza primaria hacia una propuesta formativa destinada a profesores y/o futuros profesores de matemática para enseñanza media.

Herramientas teóricas y metodológicas

El *Enfoque Ontosemiótico* del conocimiento y la instrucción matemáticos (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2007), es un marco teórico que articula puntos de vista y nociones teóricas sobre el conocimiento matemático, su enseñanza y aprendizaje. En su estructura se incluye un modelo epistemológico sobre las matemáticas, basado en presupuestos antropológicos/socioculturales, un modelo de cognición basado en la semiótica, un modelo instruccional de tipo socio-constructivista y un modelo sistémico-ecológico que relaciona las dimensiones anteriores.

Las nociones que brinda el EOS pueden ser utilizadas como herramientas que posibilitan analizar y comprender, de manera sistemática, diversos aspectos implicados en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; en particular, como herramientas para realizar un análisis didáctico de un contenido o tarea matemática.

En este marco teórico se considera como *análisis didáctico*, “el estudio sistemático de los factores que condicionan los procesos de enseñanza y aprendizaje de un contenido curricular- o de aspectos parciales del mismo- con unas herramientas teóricas y metodológicas específicas” (Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2006, p.4). Esta noción es central en todos los estudios realizados y se encuentran vinculados a este trabajo.

Por su parte, debido a la complejidad que subyace a estos procesos, por la interacción de distintas componentes (contenido, estudiantes, profesor, medios, contextos), el EOS considera necesario identificar distintas facetas intervinientes en los procesos de formación y varios niveles de análisis.

El EOS propone para el análisis didáctico, facetas y niveles de análisis. Concretamente se describen seis facetas y cuatro niveles de análisis. Las facetas propuestas refieren a las siguientes dimensiones: epistémica, cognitiva, afectiva, mediacional, interaccional y ecológica. Con respecto a los niveles se describen un nivel que hace referencia a las prácticas matemáticas y didácticas; otro, a las configuraciones de objetos y procesos matemáticos y didácticos, un tercero que refiere a las normas y metanormas y un último nivel vinculado a la noción de idoneidad. La Figura 1 ilustra un modo de visualizar este conglomerado de facetas y niveles.

Figura 1. Facetas y niveles del conocimiento del profesor Godino (2009)



El EOS ha elaborado categorías de análisis específicas para las dimensiones epistémica y cognitiva. Para ello, parten de las nociones de *práctica* y de *institución*, donde al objeto matemático se lo entiende como una entidad que emerge e interviene en las prácticas. En tal sentido, se considera *práctica matemática* a “toda actuación o expresión (verbal, gráfica, etc.) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas” (Godino y Batanero, 1994, p. 334). Cuando esas prácticas son propias de una persona, se las designa como prácticas personales y cuando son compartidas en el seno de una institución, como prácticas institucionales. Las instituciones se conciben como comunidades de prácticas dado que, se entiende por institución al conjunto de personas vinculadas a una misma clase de situaciones problemáticas.

Las nociones de práctica e institución definidas por el EOS, resultan por tanto, adecuadas para la investigación que sustenta este trabajo, dado que ha sido de interés estudiar y describir las prácticas matemáticas planificadas por una institución y las desarrolladas por un sujeto interviniente, con la finalidad de explicar conflictos semióticos que se producen en su realización.

La noción de conflicto semiótico es central en toda la investigación, en especial en esta parcela que se quiere comunicar. Un *conflicto semiótico* es cualquier disparidad o discordancia entre los significados atribuidos a una expresión por dos sujetos (personas o instituciones). Si la disparidad se produce entre significados institucionales se habla de conflictos semióticos de tipo epistémico, mientras que si la disparidad se produce entre prácticas que forman el significado personal de un mismo sujeto los designamos como conflictos semióticos de tipo cognitivo. Cuando la disparidad se produce entre las prácticas (discursivas y operativas) de dos sujetos diferentes en interacción comunicativa (por ejemplo, alumno-alumno o alumno-profesor) se habla de conflictos (semióticos) interaccionales (Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2006).

Desde la perspectiva institucional, el EOS define *significado referencial* como el sistema de prácticas que es utilizado como referencia para elaborar el significado pretendido, es decir, como una parte del significado holístico del objeto matemático. Se describe el *holo-significado* de un objeto matemático, como la interacción de modelos matemáticos asociados a dicho objeto (Wilhelmi, Godino y Lacasta, 2007).

Desde la perspectiva personal, se define *significado declarado* como el resultado de las prácticas efectivamente expresadas a propósito de una evaluación o una instancia de formación; nociones que intervienen de manera sistemática en la investigación de interés.

En los estudios realizados son claves las facetas epistémica y cognitiva, dado que es allí donde se ha centrado principalmente este trabajo. Así mismo, se han seguido los lineamientos planteados por este enfoque en cuanto a herramientas para el diseño de tareas (Godino, 2013).

Acerca del proceso

Múltiples investigaciones denuncian los errores y dificultades que se presentan en la concepción de los números racionales, especialmente en la concepción y uso de los decimales. En el proceso de enseñanza y aprendizaje, los decimales ponen al descubierto la complejidad conceptual y representacional del concepto de número. Tal como expresa Vergnaud (1983, p. 135), “las dificultades en la adquisición de la noción de número, se encuentran especialmente a nivel de concepto [...], “no hay que confundir el número con su representación escrita [...]...sería imposible hablar de grandes números o de números decimales sin el recurso de su representación escrita”. Las cuestiones mencionadas precedentemente inciden para un uso adecuado de los números en sus diversos contextos y en la concepción de propiedades esenciales para avanzar hacia la construcción de conjuntos numéricos de mayor complejidad.

La expresión *número decimal* indica, en sí mismo, un número escrito en base diez, del mismo modo que la expresión *número binario*, indica un número escrito en base 2. En tal sentido claramente los números

naturales y los números enteros son números decimales, su expresión es naturalmente escritura decimal; pero no lo serán, en general, los números racionales escritos en forma de fracción y tampoco los números irracionales como $\sqrt{2}$, π , etc. Para estos números existen diversas formas de representación y, en consecuencia, una terminología específica para referir a cada una de ellas. No obstante, los *números decimales*, mirados desde la escritura decimal, es habitual distinguir los *números decimales finitos o limitados* de los *números decimales infinitos* y estos a su vez distinguiendo entre *números periódicos* y *no periódicos*.

Estas primeras cuestiones dan indicaciones de la complejidad existente en el estudio de los números y de la necesidad de tomar precauciones en la enseñanza para no generar problemas conceptuales derivados de la distinción entre representación y número.

Las propiedades juegan un papel esencial en el trabajo con los números. Por ello interesa, en particular, abordar el problema de la distinción entre número y expresión en el ámbito de los números racionales. En tal sentido, se puede pensar en dos subconjuntos de números racionales, uno formado por los racionales que admiten una representación fraccionaria cuyo denominador son potencias de 10, y el otro formado por el resto de los números racionales que no admiten dicha representación.

Evaluación de conocimientos de futuros profesores del nivel primario sobre la enseñanza de los números decimales

En Konic (2011) se abordó el problema de la evaluación de los conocimientos didáctico-matemáticos de futuros profesores de educación primaria sobre los números decimales, mediante la construcción de un cuestionario que permitió evaluar aspectos relevantes de dichos conocimientos necesarios para una enseñanza idónea de los decimales en la escuela primaria.

El diseño del cuestionario ha tenido en cuenta una síntesis de resultados de una amplia gama de investigaciones sobre la enseñanza y aprendizaje de los decimales, así como el análisis de los significados de dicho objeto matemático, en particular la distinción entre las representaciones decimales y fraccionarias de los números decimales y las propiedades de los números racionales representados. El cuestionario elaborado, tomando en cuenta el Significado Institucional de Referencia, tras la realización de pruebas piloto, el uso de juicio de expertos y el análisis del tratamiento del tema en libros de escolares, fue aplicado a una muestra de 118 futuros profesores de educación primaria¹. Dicha aplicación ha permitido develar las dificultades de comprensión y uso competente de los decimales por parte de los futuros profesores de la muestra, las cuales en gran medida concuerdan con resultados de investigaciones previas en otras poblaciones (Konic, 2011).

La aplicación del marco teórico del Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos ha permitido analizar la complejidad de objetos y significados puestos en juego en la resolución de las cuestiones y describir las características de los significados personales de los estudiantes seleccionados, sobre los números decimales y sus representaciones.

Uno de los conflictos más relevantes que se desprende, de partida, en el Significado Institucional de Referencia alude a la *concepción de número decimal*. Por ello, se consideró esencial introducir en el cuestionario un ítem que permitiera valorar qué tipo de concepción manifiestan los estudiantes -futuros profesores de primaria- sobre estos números y la coherencia de su aplicación en el resto de la prueba.

Situación/problema 1

Explica con tus propias palabras que entiendes por número decimal.

Como se puede observar en la configuración epistémica asociada a la situación planteada (Anexo 1), se movilizan elementos de significado centrados especialmente en conceptos y propiedades. Estos elementos, sumados a los lingüísticos, en este ítem cobran una importancia especial. La identificación de una tipología numérica con un *nombre*, requiere no solo recordar una expresión lingüística; el estudiante se enfrenta a una complejidad epistémica propia de los sistemas numéricos. La distinción de elementos como parte de una clase numérica, requiere de un conocimiento profundo de las propiedades que los caracterizan. De esta complejidad evidente y de las investigaciones previas (Socas, 2001, 2004; Brousseau, Brousseau y Wanfield, 2004; Ruiz, 2004; Vamvakoussi y Vosniadou, 2004; Ferrari, 2006) se puede anticipar, a modo de hipótesis para esta clase de números en particular, la aparición de algunos conflictos de significado, los que se tomaron en consideración en el estudio realizado a la muestra.

Para el estudio se definieron tres variables de análisis con sus correspondientes valores. Una de esas variables (V_3) precisamente hace alusión al tipo de conflictos manifestados por los futuros profesores de primaria. A continuación se describen las variables asignadas a la Situación/problema 1 y sus respectivos valores.

V1: Grado de corrección

Valores para la variable V1

1: Correcto, 0: Incorrecto; 2: Parcialmente correcto; 9: No contesta

V2: Tipos de concepción

Valores para la variable V2

1: Concepción fraccionaria; 2: Como expresión polinómica; 3: Concepciones 1 y 2.

4: Concepción partes de la unidad; 5: Concepción práctica (basada en elementos de la vida cotidiana);
6: Concepción sistémica (Como base de un sistema de numeración-base10).

V3: Tipos de conflictos

Valores para la variable V3

1: La expresión decimal de un número es un número decimal

2: Concepción de número decimal como parte de la unidad (0,...)

3: Un número decimal es un número que está formado por dos enteros separados por una coma

4: Un número decimal es un número que no es entero

No parecen sorprendentes, en términos generales, los resultados cuantitativos obtenidos del análisis de la Situación/problema 1, ya que lo que se pone de manifiesto como conflicto es lo que las investigaciones previas vienen declarando. No obstante, del análisis de la variable V2, podemos observar algunas cuestiones importantes para este estudio particular. Si bien, la mayoría expresa solo una concepción (tipo polinómica), no deja de ser significativa la aparición de otras concepciones, aunque en menor proporción. El hecho de que aparezca una diversidad de concepciones de número decimal, puede hacer pensar en la riqueza conceptual que ello implica, es decir en la diversidad de significados parciales asociados a la noción de número decimal. Con lo cual, si quedan establecidas las necesarias relaciones entre dichos significados, se lograrían aproximaciones progresivas al significado global de la noción. En general, los significados personales de los estudiantes manifiestan concepciones únicas. Salvo en el caso de las concepciones fraccionarias y polinómicas que suelen aparecer combinadas. Este hecho, no parece fortuito. Si consideramos el referente didáctico/matemático se observa la existencia de propuestas curriculares de diversos investigadores como Brousseau (1987, 2007), Socas (2001), Lachance y Confrey (2002), tendientes a aportar en el transcurso de la formación escolar, un significado *global* de número decimal. Cuando se analiza la introducción del tema en los libros de texto escolares (Konic, Godino y Rivas, 2010), y se observan estudios exploratorios de significados personales en estudiantes ingresantes a la universidad e investigaciones previas, podemos detectar carencias y algunas contradicciones. O bien, no se

promueven esas distintas concepciones, o como en el caso de los libros de textos, aparece el número decimal en diferentes contextos, pero trabajados de manera estanca. Lo que lejos de contribuir a otorgar significado al número decimal, son fuentes generadoras de conflictos. En la formación del estudiante, lo que en definitiva aparece es un *conocimiento parcial del significado de número decimal*, generalmente proveniente de un tipo de significado parcial y que, según las inferencias realizadas, proviene del aprendizaje obtenido en la escolaridad primaria.

De la escolaridad primaria a la enseñanza media

Estudios exploratorios posteriores (Konic y Reynoso, 2016; Konic y Reynoso, 2017) (realizados a partir de la implementación de talleres y/o cursos en Jornadas y/o Congresos específicos de educación matemática) llevaron a valorar lo que estaba ocurriendo con éste y otros ítems en futuros profesores de matemática para enseñanza media, esto por ser los decimales un *contenido* que también alcanza y trasciende la enseñanza media.

El interrogante ¿qué conocimientos, sobre números decimales, poseen los estudiantes para ser profesor de enseñanza media? fue el foco de atención en esta población. En particular las siguientes cuestiones específicas:

- ¿Poseen conocimientos suficientes y adecuados para la enseñanza de los números decimales?
- ¿Dan evidencias de un conocimiento que les permita vincular, de manera coherente, distintos aspectos de este contenido?
- ¿Existen indicadores que revelen que poseen un conocimiento amplio sobre este contenido?

Este proceso iluminó la necesidad de plantear alguna situación que hiciera emerger el *conflicto central*, esto es, la necesidad de definir qué es un número decimal poniendo en juego el tipo de objeto de que se trata. ¿De qué se habla cuando se habla de decimales?, ¿De un número?, ¿O de una forma de expresar un número racional? Se esperaba que con el diseño y/o reformulación de una situación/problema, junto a una gestión adecuada, contribuiría a poner en discusión la necesidad de hacer explícita la concepción que se asume sobre número decimal, la comprensión de la relación existente entre número, expresión decimal de un número y aproximación decimal, poniendo en el centro de la discusión concepciones imperantes y diversas.

En el caso de la concepción de decimal aplicada en estudios exploratorios con profesores de enseñanza media, las manifestaciones no fueron muy diferentes a las ya valoradas en profesores para enseñanza primaria. La diferencia esencial se vio en el modo en que trataron de arribar a un acuerdo sobre la concepción. Los procedimientos y argumentaciones desplegadas mostraron un grado de desarrollo propio del pensamiento matemático. No obstante, se generaron mayores conflictos de manera consciente que no pudieron conciliar. Uno de los conflictos más discutido se desarrolló en torno al lenguaje. Se preguntaban, por ejemplo, porqué en textos escolares, diseños curriculares, la comunidad de los matemáticos, de los enseñantes de la matemática, etc., llamarían número a un objeto matemático que tiene estatus de representación, o en su defecto, si se tratasen de números, por qué no se define un conjunto que los identifique como al resto de los conjuntos numéricos (Naturales, enteros, racionales, irracionales, reales).

Un hecho didáctico significativo se pudo observar cuando los futuros profesores de enseñanza media se visualizaron como en un estado de *paralización* al enfrentarse a preguntas y/o situaciones/problemas aparentemente *fáciles* desde el punto de vista matemático pero que ofrecieron cierta dificultad para proporcionar con fluidez respuestas adecuadas, precisas, comunes y con un lenguaje pertinente para ser pensado en la enseñanza.

De la evaluación al diseño de tareas formativas

El interrogante disparador de este nuevo estudio, reciente y de carácter exploratorio, fue *¿cómo generar una propuesta de carácter formativo que permita poner en discusión los conocimientos que el ítem presentado en la primera etapa pretendió evaluar?*

El trabajo inicial para la elaboración de una tarea con objetivo formativo, destinada a profesores y/o futuros profesores de matemática, fue indagar acerca del proceso posible para su diseño. Se planteó, en principio, seleccionar/diseñar y/o ajustar alguna tarea que contribuya a tal fin.

Las investigaciones, por un lado, enfatizan que los conceptos de valor posicional y representación decimal de los números racionales son considerados componentes esenciales en el diseño curricular de la enseñanza de las matemáticas en la escuela elemental (Zazkis y Khoury, 1993; Stacey, Helme, Steinle, Baturó, Irwin y Bana, 2001). Por otra parte, también demuestran que hay una fuerte tendencia a determinar el carácter de un número *observando* solo la forma de escritura, sin tomar en cuenta las propiedades que lo caracterizan (Socas, 2001; Sirvent 2002; Michaelidou, Gagatsis y Pitta-Pantazi, 2004).

La Situación-problema 2, exige para su resolución poner a funcionar el concepto/definición de número decimal. El interés se centró en *provocar* el conflicto que genera la concepción de número decimal, expresión decimal, aproximación decimal, entre otros conceptos a los fines de poder resolver las cuestiones planteadas. Teniendo presente que, además, los profesores y/o futuros profesores disponen de recursos, como las técnicas de conversión de expresiones decimales periódicas a fracción, como *recurso fiable* para la toma de decisión, se solicitó en todos los casos una justificación para dicha decisión.

Para ello, se plantean a través de cada sub-ítem, números racionales expresados en forma decimal. Cada uno de ellos, por su parte, requiere de una justificación que exige dilucidar y poner en relación los conceptos de número decimal y expresión decimal de un número racional.

Situación/problema 2

- a) ¿Representa un número decimal la expresión 1,3456789? Justifica la respuesta.
- b) ¿Representa un número decimal la expresión 0,454545... (45 repetido indefinidamente)? Justifica la respuesta.
- c) ¿Es un número decimal el número cuya expresión es 4,10999... (9 repetido indefinidamente)? Justifica la respuesta.
- d) ¿Es decimal el número 3? Justifica la respuesta.

La Situación/problema 2, ha sido explorada con el sentido pretendido, en un curso de postgrado² en el que participaron 15 profesores de enseñanza media.

Con dicha situación se esperaba que los profesores de enseñanza media tomaran conciencia a partir del análisis de sus prácticas matemáticas de particulares conflictos semióticos, para que con las interacciones y devoluciones que circularan en la clase, se dilucidara el significado institucional que la *comunidad matemática* sostiene de estos objetos poniéndolo en relación con los significados personales imperantes en la escuela secundaria.

Los profesores vivieron la tarea como una instancia formativa o, al menos, como una primera instancia en tal sentido puesto que la tarea disparó cuestiones como las siguientes, según sus propias manifestaciones:

- Observaron la necesidad de disponer de definiciones y claridad conceptual para poder dar respuestas coherentes a lo solicitado en la situación-problema.
- Manifestaron sensación de *debilidad* en la formación recibida o de *carencias* para abordar tópicos que consideran *básicos* como conocimiento matemático.
- Reconocieron gran fortaleza en la tarea para cuestionar lo que nunca hubiesen visibilizado como significado personal conflictivo.

A MODO DE REFLEXIÓN

La Situación/problema1 que encabezó el cuestionario aplicado a futuros profesores para enseñanza primaria estaba destinada a tener una percepción del tipo de concepción de número decimal que ponían de manifiesto. En tal sentido se ha podido observar, en ellos, que ha prevalecido una concepción de tipo polinómica. Concretamente lo que ellos verbalizan como *números con coma*, es decir, una expresión reducida de dicha concepción. Los significados personales manifestados por los estudiantes si bien permitieron rescatar otras concepciones, como concepción partes de la unidad, concepción práctica (basada en elementos de la vida cotidiana), concepción sistémica (como base de un sistema de numeración-base10) aunque en menor número, a excepción de las concepciones polinómicas y fraccionarias que en ocasiones aparecen combinadas. Esta investigación permitió poner en evidencia que las concepciones manifestadas más allá de ser parciales, en muchos casos no se correspondían con la concepción trabajada durante su proceso formativo. Esto dio lugar a pensar que ciertas manifestaciones provenían de conocimientos previos y/o de textos, que aunado a la formación recibida permitieron visualizar significados personales con un grado de disparidad importante en relación al significado institucional implementado y en los que la posibilidad de hallar dos posicionamientos diferentes pasó, en general, desapercibido.

Cuando la problemática se exploró en futuros profesores de matemática de enseñanza media de la Universidad Nacional de Río Cuarto (2017), éstos se visualizaron como en un estado de *paralización* al enfrentarse a preguntas y/o situaciones/problemas aparentemente fáciles desde el punto de vista matemático pero que ofrecieron cierta dificultad para proporcionar con fluidez respuestas adecuadas, precisas, comunes y con un lenguaje pertinente. Estos hechos se pusieron de manifiesto ante la *sorpres*a que generó visualizar los objetos matemáticos con un alto grado de *transparencia*, la dificultad de plantearse algún *cuestionamiento* sobre las ideas matemáticas vinculadas a un objeto, y un posicionamiento ingenuo sobre la *necesidad* de realizar un tratamiento particular al contenido cuando éste debe ser pensado con fines de enseñanza. ¿A qué se llama número decimal? primer interrogante que, en este nivel, si provocó el estallido de las dos concepciones: en un caso como elemento de un subconjunto de los números racionales, aquellos que pueden expresarse por una fracción decimal, o como la expresión decimal de un número racional.

La Situación/problema 2 presentada a profesores en actividad, durante el desarrollo del curso de postgrado *El problema del sentido de los conjuntos numéricos*, se mostró potente para la generación de conflictos y su ulterior poder de reconstrucción y reelaboración de conceptos esenciales a los fines de enseñanza. La evidencia de ello fue aportada durante el proceso desarrollado, comenzando por el *sistema de prácticas* llevadas a cabo, la socialización de cada práctica, y un debate que posibilitó no solo la emergencia de la problemática sino el análisis de las implicancias en términos de conflictos que se genera por la *convivencia* de dos concepciones claramente diferentes en Diseño Curricular de Educación Media, libros de textos, propuestas de enseñanza, comunidad matemática, etc.

El pasaje de la exploración al diseño de una situación/problema que pusiera en discusión la problemática planteada dio muestras de un importante grado de idoneidad epistémica/formativa.

NOTAS

1. El cuestionario fue aplicado a 118 estudiantes para profesor de enseñanza primaria que habían cursado la asignatura didáctica de la matemática, el último año de su carrera en el año 2010, en la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Granada. España.
2. El estudio exploratorio se aplicó durante el desarrollo del curso *el problema del sentido de los conjuntos numéricos* (año 2018) en el marco de la carrera Especialidad en Didáctica de la Matemática que se dicta en la Universidad Nacional de Río Cuarto.

REFERENCIAS

Arezzo, M. (2000). Frazioni, numerirazionali e numeridecimali. *L'Insegnamento Della Matematica e Delle Scienze Integrate*, 238 (4), 312-340.

Brousseau, G y Brousseau, N. (1987). *Rationnelsetdécimaux dans l'écolarité obligatoire*. Bordeaux: IREM de Bordeaux I.

Brousseau, G.; Brousseau, N. y Warfield, V. (2004). Rationals and decimals as required in the school curriculum: Part 1: Rationals as measurement. *Journal of Mathematical Behavior*, 23(1), 1-20.

Brousseau, G., Brousseau, N. y Warfield, V. (2007). Rationals and decimals as required in the school curriculum: Part 2: From Rationals to Decimals. *Journal of Mathematical Behavior*, 26(4), 281-300.

Ferrari, M. (2006). *Esplorare i mondi numerici del primo ciclo scolastico*. *L'insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*, 29A (3), 208-225.

Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, 13-31.

Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (3), 325-355.

Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135.

Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V. y Wilhelmi, M. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudios de las matemáticas. *Paradigma, Volumen XXVII, Nº 2*, 221-252.

Godino, J. D. (2013). Diseño y análisis de tareas para el desarrollo del conocimiento didáctico-matemático de profesores. En J. M. Contreras, G. R. Cañadas, M. M. Gea y P. Arteaga (Eds.), *Actas de las Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria* (pp. 1-15). Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

Hill, H., Sleep, L., Lewis, J. M. y Ball, D. (2007). Assessing teachers' mathematical knowledge. En F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 111-155). Greenwich, CT: Information Age Publishing, Inc. y NCTM.

Konic, P. (2011). *Evaluación de conocimientos de futuros profesores para la enseñanza de los números decimales*. Tesis doctoral. Editorial de la Universidad de Granada. España. ISBN: 978-846-95-1189-3. Rec electrónico. <http://0-hera.ugr.es.adrastea.ugr.es/tesisugr/20680004.pdf>

Konic, P., Godino, J. D. y Rivas, M. (2010). Análisis de la introducción de los números decimales en un libro

de texto. Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 74, 57-74.

Konic, P. y Reynoso, D. (2017). Diseño de una tarea que pone en discusión las concepciones de número decimal, expresión decimal y aproximación decimal. Acta Segundo congreso internacional virtual sobre el enfoque ontosemiótico. Editores: J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea. B. Giacomone y M.M. López Martín (Eds.)(2017. ISBN: 978-84-617-9047-0. Granada. España.

Konic, P. y Reynoso, D. (2016). Estudio de un diseño curricular para el profesorado de educación secundaria en matemática. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. ISSN: 2448-6469. México, v. 29, pp. 928-934.

Lachance, A. y Confrey, J. (2002). Helping students build a path of understanding from ratio and proportion to decimal notation. Journal of Mathematical Behaviour, 20, 503-526.

Llinares, S. (2003). Fracciones, decimales y razón. Desde la relación parte-todo al razonamiento proporcional. En C. Chamorro (Ed.), Didáctica de las Matemáticas (pp. 187-220). Madrid: Pearson Educación S.A.

Michaelidou, N., Gagatsis, A. y Pitta-Pantazi, D. (2004). The number line as a representation of decimal numbers: a research with sixth grade students. En M. J. Høines y A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 305–312). Bergen, Norway: PME

Ponte, J. P. y Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practices. En A. Gutiérrez y P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education* (pp. 461- 494). Rotterdam: SensePublishers.

Ruiz, L. (2004). Construcción de los decimales en la escuela primaria. De las fracciones a la notación decimal. En C. Chamorro (Ed.), *Números, formas y volúmenes en el entorno del niño* (pp. 189-234). Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.

Sirvent, J. (2002). Períodos. *Epsilon*, 52, 115-138.

Socas, M. (2001). Problemas didácticos entre el objeto matemático y su representación semiótica. Estudio con números decimales. Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemática III, pp. 297-318.

Stacey, K., Helme, S., Steinle, V., Baturó, A., Irwin, K., y Bana, J. (2001). Preservice teachers' knowledge of difficulties in decimal numeration. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 4(3), 205-225.

Steinle, V. y Stacey, K. (2004). Persistence of decimal misconceptions and readiness to move to expertise. En M. J. Høines y A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceeding. 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 225–232). Bergen, Norway: PME.

Swoder, J. T. (2007). The mathematical education and development of teachers. En F. K. Lester (ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp.157-223). Charlotte, NC: National Council of Teachers of Mathematics.

Vamvakoussi, X. y Vosniadou, S. (2004). Understanding the structure of the set of rational numbers: a conceptual change. *Learning and Instruction*, 14, 453–467.

Vergnaud, G. (1983). Multiplicative structures. En R. Lesh y M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes*. (pp. 127–174). New York: Academic Press.

Vourgias, Ch., Vourgia, S. y Elia, I. (2003). Representations and learning of mathematics definitions: application in decimal number. 3er d. Mediterranean Conference on Mathematical Education. Greece.

Wilhelmi, M. R., Godino, J. D. y Lacasta, E. (2007). Configuraciones epistémicas asociadas a la noción de igualdad de números reales. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 27 (1), 77 - 120.

Zazkis, R. y Khoury, H. (1993). Place value and rational number representations: Problem solving in the familiar domain of non-decimals. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 15(1), 38-51.

ANEXO 1

Tabla1. Configuración de objetos y significados de la Situación/problema 1

Tipos de objetos	Significados
ELEMENTOS LINGÜÍSTICOS	
Número decimal	Concepto de número decimal
Número racional	Concepto de número racional
Expresión decimal finita	Expresión polinómica abreviada de un número decimal.
Representación fraccionaria decimal	Fracción cuyo denominador es una potencia de 10
CONCEPTOS	
Número decimal	Una clase especial de número racional caracterizado por sus representaciones fraccionarias y polinómicas, así como propiedades topológicas como la densidad en \mathbb{Q} .
Número racional	Una clase especial de números reales que admiten una expresión fraccionaria, se estructuran como un cuerpo ordenado y otras propiedades topológicas como la densidad en \mathbb{R} .
Fracción decimal	Una forma de representar un número decimal.
PROPIEDADES	
Un número decimal se puede expresar en forma fraccionaria no decimal, cuando dicha expresión sea equivalente a una decimal (la descomposición en factores primos del denominador solo contiene los dígitos 2 o 5, o sus potencias)	Se usa cuando el número decimal se define refiriendo a expresiones fraccionarias.
Valor posicional de las cifras decimales (décimas, centésimas, ...)	Se usa en la representación decimal de los números decimales